

Aktüerlik Sınavları**II. Seviye / Risk Analizi ve Aktüeryal Modelleme****Örnek Sorular I**

S1. Oto hasarları için düzenlenen poliçelerde yıllık hasar sıklığı (X) dağılımı, ortalaması rassal değişken Θ olan Poisson dağılımına uymaktadır. Dolayısıyla poliçe başına yıllık hasar sayıları için koşullu olasılık fonksiyonu (conditional probability function), $\theta > 0$ olmak üzere şu şekilde verilebilir:

$$P(X = x|\Theta = \theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Hasar sıklığının marjinal (unconditional) olasılık dağılımını Θ rassal değişkeninin gamma dağılımına sahip olduğu varsayımı altında oluşturunuz.

[Gamma pdf:

$$h_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^{\alpha} \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta} \quad \alpha > 0, \beta > 0]$$

(Cvp: NB)

S2. Hasarların (X), $\Theta=1000$ parametresiyle üstel dağıldığı biliniyor. Enflasyon oranı $r = 10\%$ ve poliçe limiti $u = 2000$ değerlerini alırken;

- i. Hasar başına beklenen değeri bulunuz.
- ii. Poliçe limiti beklenen hasarda yüzde kaçlık bir artış/azalışa karşılık gelmektedir?

(Cvp: i. 921.41, ii. 16.235%)

S3. Hasarların (X), $\Theta=1000$ parametresiyle üstel dağıldığı biliniyor. Enflasyon oranı $r = 10\%$ ve maksimum karşılanabilir hasar $u = 2000$, $d = 250$ ve $\alpha = 0.70$ değerlerini alırken hasar başına beklenen değeri bulunuz. (Cvp: 488.48)

S4. Hasar sayıları $N \sim \text{Poisson}(2)$ ve hasar büyüklükleri $\{X_1, X_2, \dots\}$ her biri birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip olmak üzere $N(15, \sigma^2 = 5)$ ile dağılmaktadır. Aşağıdakileri hesaplayınız.

i. $E[\sum_{i=1}^N X_i]$

ii. $\text{Var}[\sum_{i=1}^N X_i]$

S5. X rassal değişkeninin survival fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$S_X(x) = \frac{\theta^4}{(\theta^2 + x^2)^2}$$

İki farklı X değeri 2 ve 4 olarak gözlemlenirken bir üçüncü değerin 4'ü geçtiği belirlenmiştir. En Çok Olabilirlik (the maximum likelihood estimation) yöntemine göre θ değerini tahmin ediniz. (Cvp: $\theta > 5.5$)

S6. Kasko poliçesi satan şirketinizde müşterilerinizi yüksek riskli ve düşük riskli olarak iki grupta toplamaktasınız. Yüksek riskli grubun yıllık hasar sayıları, ortalaması 30 olan Poisson dağılımına; düşük riskli grubun yıllık hasar sayıları ise ortalaması 10 olan Poisson dağılımına uymaktadır. Gruplardan bağımsız olarak her hasarın büyüklüğü ise $\theta = 200$ ve $\alpha = 2$ parametreleriyle Pareto dağılımına uymaktadır. Toplam hasar büyüklüğünün \$12,000'ı geçme olasılığını normal yaklaşım yöntemiyle bulunuz. (Cvp: 0.0125)

S7. Günlük hasar frekansları ile ilgili olarak yaptığınız gözlem sonucu aşağıdaki veriye sahipsiniz.

0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 1.3

Hasar frekansının aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonu ile dağıldığı hipotezini Kolmogorov-Smirnov test istatistiği değerini bularak yorumlayınız.

$$f(x) = \frac{4}{(1+x)^5}, \quad x > 0.$$

(Cvp: 0.35<)