

İntegral Teknikleri 3 Soru - 3 Cevap

1. İntegralde Değişken Değiştirme Metodu
2. Kısmi İntegral
3. İntegral ile Alan Hesabı

S1. Değişken Değiştirme

$$\int_5^{10} \frac{3x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$$

$$u = x^2 - 4$$

$$du = 2x dx \rightarrow \frac{3}{2} du = 3x dx \quad \text{ve}$$

$$x_1 = 5 \text{ ise } u_1 = 21 \quad \text{ve} \quad x_2 = 10 \text{ ise } u_2 = 96$$

İntegral aşağıdaki hale gelir ve çözüm:

$$\frac{3}{2} \int_{21}^{96} \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{3}{2} \frac{u^{1/2}}{1/2} = 3 \sqrt{u} \Big|_{21}^{96} = 3\sqrt{96} - 3\sqrt{21} = 15.64$$

Çalışma Soruları:

(a) $\int -2xe^{-x^2} dx, \quad u = -x^2.$

(b) $\int x \sin(2x^2) dx, \quad u = 2x^2.$

(c) $\int_0^5 x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx, \quad u = x^4 + 1.$

S2. Kısmi İntegral

Kısmi integral çarpmaya göre türevi mekanik olarak ters işlemi

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = u v - \int v \frac{du}{dx} dx$$

$$\int x \ln |x| dx.$$

$$u = \ln|x|, \quad dv = x dx$$

$$du = \frac{dx}{x} \quad v = \frac{x^2}{2}$$

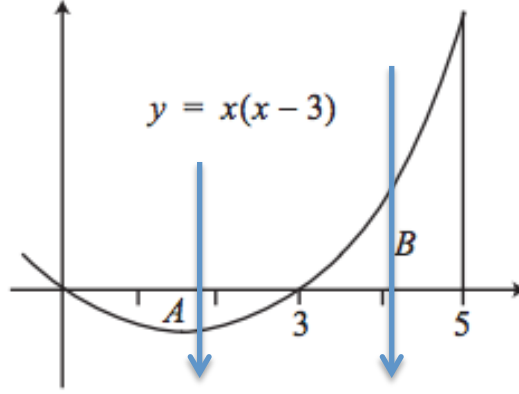
$$\begin{aligned} \int x \ln |x| dx &= \frac{x^2}{2} \ln |x| - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \ln |x| - \int \frac{x}{2} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \ln |x| - \frac{x^2}{4} + c \end{aligned}$$

Çalışma Soruları:

$$(a) \int_0^{\pi} x \cos \frac{1}{2}x dx \quad (b) \int_0^1 x^2 e^x dx \quad (c) \int_1^2 x^3 \ln |x| dx$$

S3. Alan Hesabı

$Y = x(x - 3)$ eğrisi ile $x=0$ ve $x=5$ doğruları tarafından sınırlanan alanı bulunuz.



$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 y \, dx \\ &= \int_0^3 (x^2 - 3x) \, dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 \\ &= \left[\frac{27}{3} - \frac{3 \times 9}{2} \right] - \left[\frac{0}{3} - \frac{3 \times 0}{2} \right] \\ &= \left[9 - \frac{27}{2} \right] - [0] \\ &= -4\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} B &= \int_3^5 y \, dx \\ &= \int_3^5 (x^2 - 3x) \, dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_3^5 \\ &= \left[\frac{125}{3} - \frac{3 \times 25}{2} \right] - \left[\frac{27}{3} - \frac{3 \times 9}{2} \right] \\ &= 41\frac{2}{3} - 37\frac{1}{2} - 9 + 13\frac{1}{2} \\ &= 8\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Toplam Alan: $9/2 + 26/3 = 79/6$.

Çalışma Sorusu:

- a.** $Y = x(3 - x)$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan alanı bulunuz.