

Finansal Matematik

Bölüm III

Borç Ödeme Fonu

Yatırımların, özkaynaklar yanında kaldıraç kullanılarak yani kredi çekilerek yapılmasının hesaplamalarına geçen dersimizde değinmiş ve kredi işlemlerindeki detayları tartışmıştık. Bir yatırım yapılırken kaldıraç kullanmak doğalsa da bundan daha anlaşılabilir olanı yatırımın getirisinin kredi faizinden yüksek olması gerektiğidir. Çünkü aksi takdirde ne ilgili yatırımı yapmanın ne de o yatırım için kredi almanın anlamı kalır. Toplumda son yıllarda kredi almak daha çok tüketimle ilişkilendirilse de aslında kredi, piyasa faizine göre daha pahalı bir enstrüman olduğundan alındığı faize göre daha çok kazandırma imkanı yani daha karlı bir yatırım imkanı varsa tercih edilmelidir. İşte Borç Ödeme Fonu (BÖF) adı verilen ve alınan kredinin daha uygun şartlarda ödenmesini sağlayan finansal işlem yatırım-kaldıraç ilişkisinde önemli bir rol oynar. Şimdi bu işlemlerin hesaplamalarına değinelim.

Örnek 1: 200.000 TL'lik bir yatırım %70'i kaldıraç kullanılarak gerçekleştiriliyor. Kredi yıllık %10'dan 6 yıl için alınıyor ve taksitler yıl sonlarında ödeniyor. Borçlu bu krediyi tahmini getirisi %15 olan bir yatırımda kullanıyor ve bankaya olan borcunu BÖF ile ödemeyi düşünüyor. Bunun için borçlu bankaya her yıl borcunun sadece faizini ödeyecek, 6. yıl sonunda ise tüm borcunu bitirecek şekilde ödeme yapacaktır. Bunun yanında %15 kazandığı yatırımda veya fonda ise 6. yıl sonunda bankaya olan borcunu kapatmak üzere yine yıl sonlarında anüiteler biriktirmektedir.

- i. Yatırım fonunda biriktirilmesi gereken tutarı bulunuz.
- ii. BÖF'nun avantajını gösteriniz.

Cevap:

- i. Borçlunun bankaya ödeyeceği yıllık tutar (sadece faiz):

140.000 i = 14.000 TL'dir.

Bunun yanında 6. yıl sonunda ödenmesi gereken borç, 6 yıl boyunca her dönem sadece faiz ödendiği, hiç anapara ödemesi yapılmadığı için 140.000 TL olarak sabit kalmıştır. Dolayısıyla %15 kazanılan yatırımda 6. yıl sonunda 140.000 TL'lik bir birikim oluşturacak şekilde anüite tutulmalıdır. Yani:

$$F_6 = 140.000 = A_1 \frac{(1+i)^6 - 1}{i}$$

Buradan $A_1 = 15.993$ TL'dir, ve her yıl bankaya ödenen 14.000 TL'lik faiz ile beraber birikime ayrılması gereken toplam tutar 29.993 TL'dir.

- ii. Diğer yandan yatırımcı BÖF yerine bankaya borcunu klasik bir kredi gibi eşit taksitlerle ve %10'dan ödemek isteseydi:

$$140.000 = A_2 \frac{(1+i)^6 - 1}{(1+i)^6 i}$$

$A_2 = 32.145$ TL olacak, yani yatırımcı her yıl 2152 TL fazla ödeme yapmak zorunda kalacaktı.

Örnek 2: 150.000 TL tutarında bir kredi yıllık %12'den 5 yıl için alınmış ve 5 yıl boyunca kredinin sadece faizi ödenmiştir. Yatırımcı aldığı krediyi eşit taksitle ödeyecek olsa ayırması gereken yıllık taksitlerin faiz hariç bölümünü %50'dan BÖF'unda değerlendirmiştir. Beş yıllık süre sonunda kredinin tüm borcu bitirildiğinde hesapta kalan tutar ne kadardır?

Cevap:

$$P = 150.000 = A \frac{(1+i)^5 - 1}{(1+i)^5 i} \text{ ise}$$

$A = 41611$ TL

Borcun sadece faizi olan 18.000 TL ödeniyor. Yani $41611 - 18000 = 23611$ TL %16'dan yatırıma yönlendiriliyor. Bunun sonucunda fonda 5. yılın sonunda:

$$F_5 = 23611 \frac{(1+i)^5 - 1}{i} = 162376 \text{ TL birikmiş oluyor.}$$

Dolayısıyla 5 yıl boyunca sadece faizi ödenen bu borcun anaparası olan 150.000 TL kapatıldığında hesapta 12375 TL kalmış oluyor.

Olasılık Altında Karar Verme

Yapılması planlanan bir yatırımın sağlayacağı nakit akışları her zaman tahmin edildiği gibi olmayabilir. Bu durumda yatırımları ve nakit akışlarını bir olasılık kümesi ile incelemek doğru olacaktır. Önce konuya giriş anlamında “Beklenen Değer” kavramına ve Karar Ağaçları ile karar verme süreçlerine değinelim.

Beklenen Değer :

Ayrık Rastsal Değişkenlerde:

$$E[X] = \sum_i x_i p(x_i)$$

Örnek 1: Zar 3, 5, 1, 4, 2, 6, ?

Olası sonuçlar: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır. Tüm sonuçlar eşit olasılıkla yani 1/6 olasılıkla gelir. Dolayısıyla zar atışı için beklenen değer: $1*1/6+2*1/6+ \dots +6*1/6=7/2$

Karar Ağaçları:

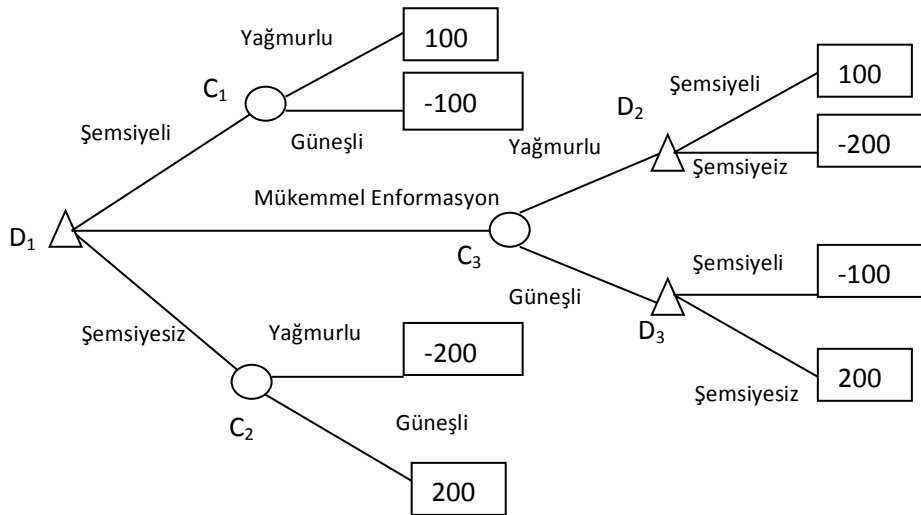
Örnek 2: Bir arkadaşınıza gitmek üzere yola çıkacaksınız. Kırsal alanda bulunuyorsunuz, arabanız tamirde ve arkadaşınız 5 km uzaklıkta. Yani yürümek zorundasınız. Diğer yandan eskiden beri yağmur altında yürümekten nefret ediyor ve hava iyiye de şemsiye taşımaktan hiç hoşlanmıyorsunuz. Aşağıdaki tabloyu davranışlarınızı ve yılın bu bölümünde havayı göz önüne alarak oluşturuyorsunuz.

	P:0,4 Yağmurlu	P:0,6 Güneşli
Şemsiyeli	100	-100
Şemsiyesiz	-200	200

Bir karar ağacı çizerek mükemmel enformasyon değerini bulunuz.

Inside trading

Çözüm:



$$E[C_1] = 100(0,4) - 100(0,6) = -20 \quad \text{Enformasyonsuz durumda şemsiye alma!}$$

$$E[C_2] = -200(0,4) + 200(0,6) = 40$$

$$E[C_3] = 100(0,4) + 200(0,6) = 160$$

$$EVPI = 160 - 40 = 120$$

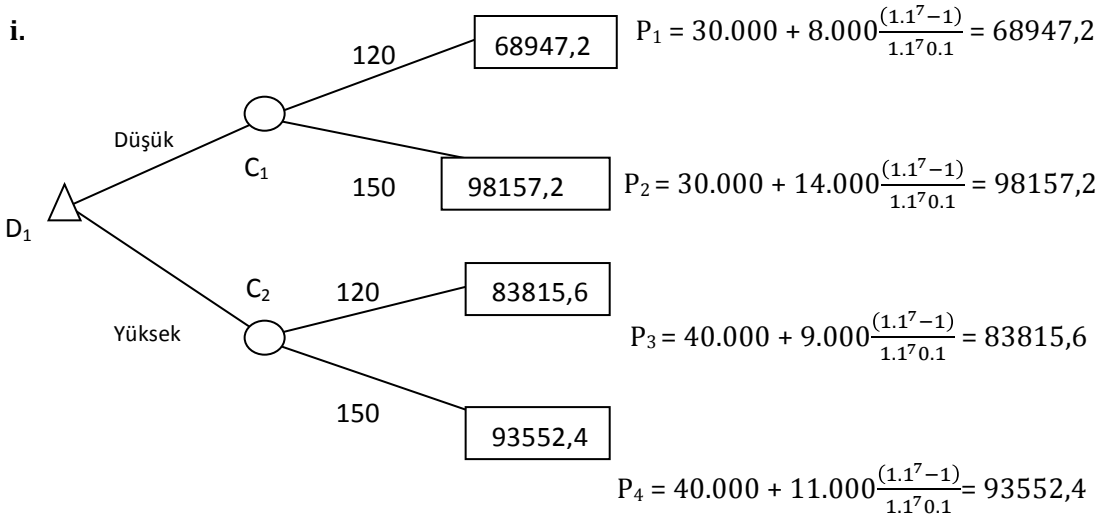
Örnek 3: Otelinize yeni bir ısıtma sistemi almayı düşünüyorsunuz. Bu kurulum için ihtiyaçlarınıza cevap veren iki sistem bulunmaktadır. İlk yatırımı \$30.000 olan düşük kapasiteli bir sistem ve ilk yatırımı \$40.000 olan yüksek kapasiteli bir sistemler vardır. Kullanım günleri ve yıllık giderlerle ilgili önümüzdeki 7 yıl için tahminler şöyle:

Yıllık çalışma günü	120 gün	150 gün
Olasılık	0,4	0,6
Düşük kapasiteli	\$8.000	\$14.000
Yüksek kapasiteli	\$9.000	\$11.000

i. Karar ağacı çizerek ısıtma sistemi hakkında karar veriniz. (MARR: %10)

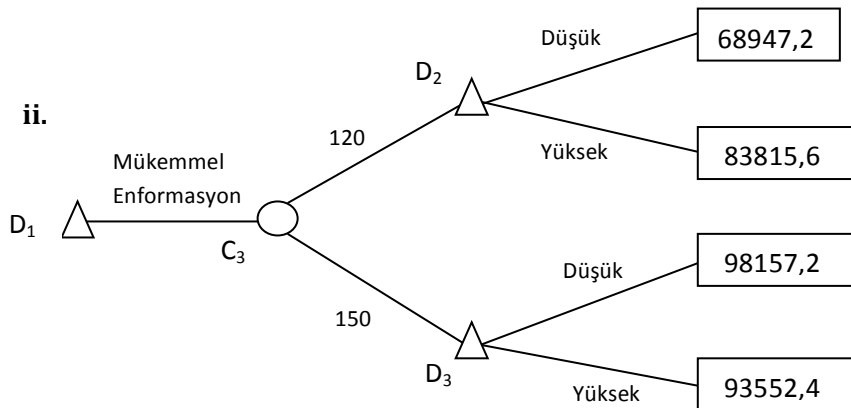
ii. Türk Meteoroloji Servisi'nden danışmanlık almak istiyorsunuz. Bu size gelecek 7 yıl için tahminini kabaca verecek ve sisteminizin yıllık çalışma günlerini ortaya çıkaracaktır. EVPI=?

Çözüm:



$$E[C_1] = 68947,2 * (0,4) + 98157,2 * (0,6) = 86473,44 \Rightarrow \text{Düşük}$$

$$E[C_2] = 83815,6 * (0,4) + 93552,4 * (0,6) = 89657,6$$



$$E[C_3] = 68947,2*(0,4) + 93552,4*(0,6) = 83710,3 \quad \text{EVPI: } 86473,44 - 83710,32 = \$2763.12$$